บทที่ 2

การดำเนินการบนเซต (Operation on Sets)

การดำเนินการของเซตประกอบด้วยกฎเกณฑ์ต่างๆ ซึ่งทำให้สามารถสร้างเซตใหม่จากเซตเดิมที่กำหนดให้ การดำเนินการเหล่านั้นได้แก่ การผนวก การตัดกัน ส่วนเติมเต็มของเซต และผลต่างของเซต

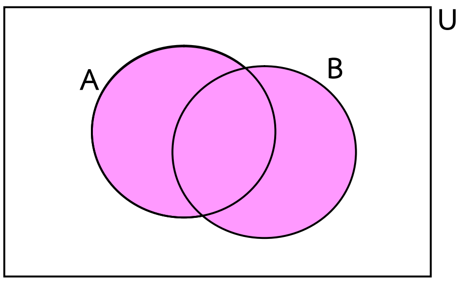
2.1 การผนวก (Union)

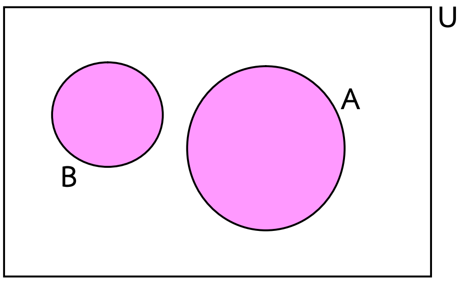
บทนิยาม 2.1 :

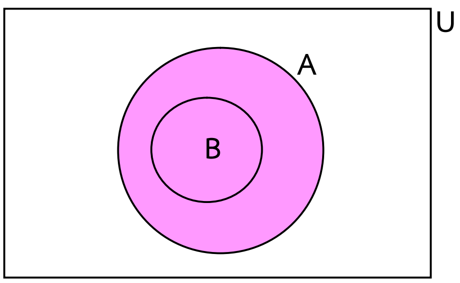
ผลผนวกของเซต A และเซต B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A <u>หรือ</u>ของเซต B <u>หรือ</u>ของทั้งสองเซต เขียนแทนด้วย $A \cup B$ ซึ่ง

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

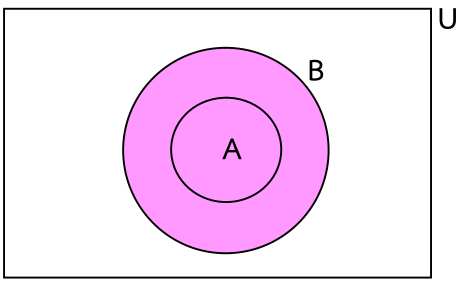
รูปแสดงบริเวณส่วนที่แรเงาของ $A \cup B$







ถ้า $B \subset A$ แล้ว $A \cup B = A$

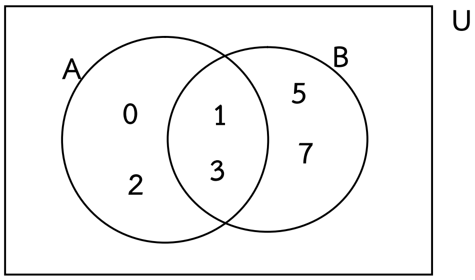


ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$

ตัวอย่าง 2.1 กำหนดให้ $A = \{0,1,2,3\}$ และ $B = \{1,3,5,7\}$ จงหา $A \cup B$

จะได้ $A \cup B = \{0,1,2,3,5,7\}$

จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ดังภาพข้างล่างนี้

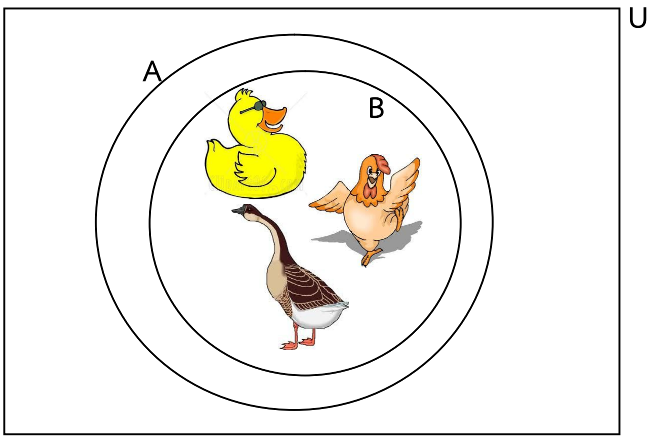


ตัวอย่าง 2.2 กำหนดให้ $U = \{$ชื่อสัตว์$\}$

$A = \{$สัตว์ที่ออกลูกเป็นไข่$\}$ และ $B = \{$ไก่, เป็ด, ห่าน$\}$

$A \cup B = \{$สัตว์ที่ออกลูกเป็นไข่$\} = A$

จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ดังภาพข้างล่างนี้

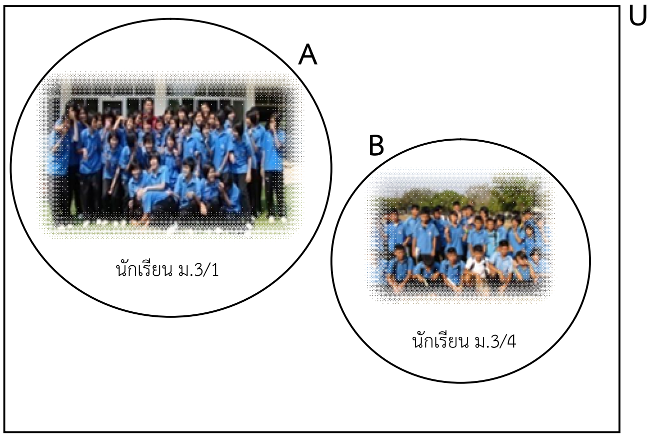


ตัวอย่าง 2.3 กำหนดให้ U = {นักเรียนโรงเรียนชั้น ม.3 โรงเรียนกระสังพิทยาคม}

A = {นักเรียน ม.3/1} และ B = {นักเรียน ม.3/4}

$A \cup B =$ {นักเรียน ม.3/1, นักเรียน ม.3/4}

จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ดังภาพข้างล่างนี้



สมบัติเกี่ยวกับการผนวก

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ

1. $A \cup \phi = A = \phi \cup A$
2. $A \cup B = B \cup A$
3. $A \cup A = A$
4. $A \cup U = U$
5. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
6. $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$
7. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = B$
8. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \subset (B \cup C)$
9. ถ้า $A \subset C$ และ $B \subset C$ แล้ว $(A \cup B) \subset C$ ด้วย

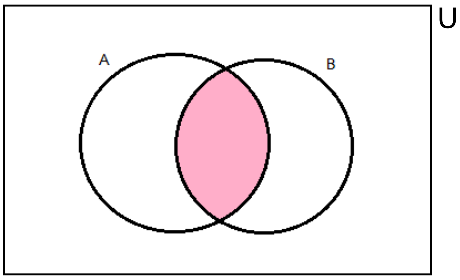
2.2 การตัดกัน (Intersection)

บทนิยาม 2.2 :

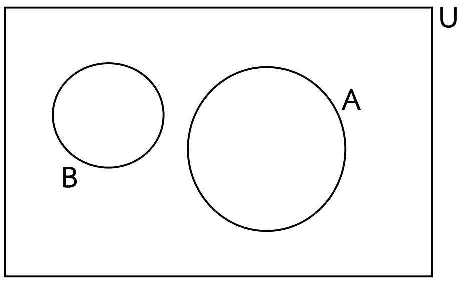
ผลตัดของของเซต A และเซต B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$ ซึ่ง

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

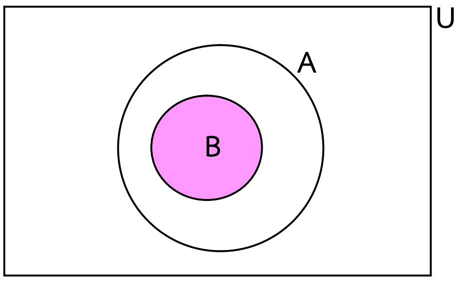
รูปแสดงบริเวณส่วนที่แรเงาของ $A \cap B$



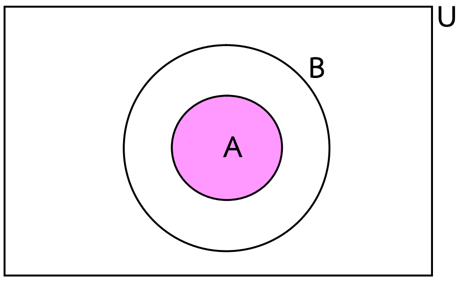
$A \cap B$



$A \cap B = \phi$



ถ้า $B \subset A$ แล้ว $A \cap B = B$

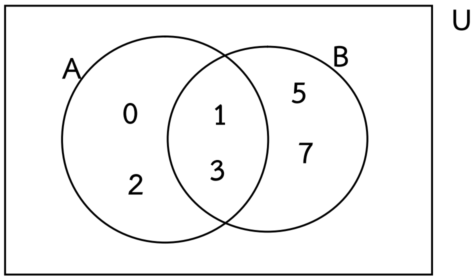


ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$

ตัวอย่าง 2.4 กำหนดให้ A = $\{0,1,2,3\}$ และ B = $\{1,3,5,7\}$ จงหา $A \cap B$

จะได้ $A \cap B = \{1,3\}$

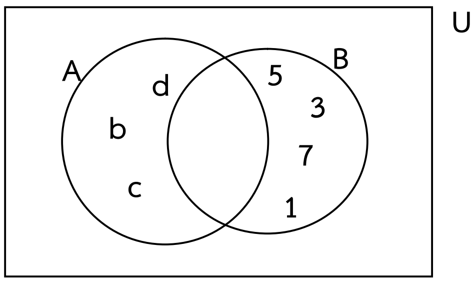
จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ดังภาพข้างล่างนี้



ตัวอย่าง 2.5 กำหนดให้ A = $\{b,c,d\}$ และ B = $\{1,3,5,7\}$ จงหา $A \cap B$

จะได้ $A \cap B = \phi$

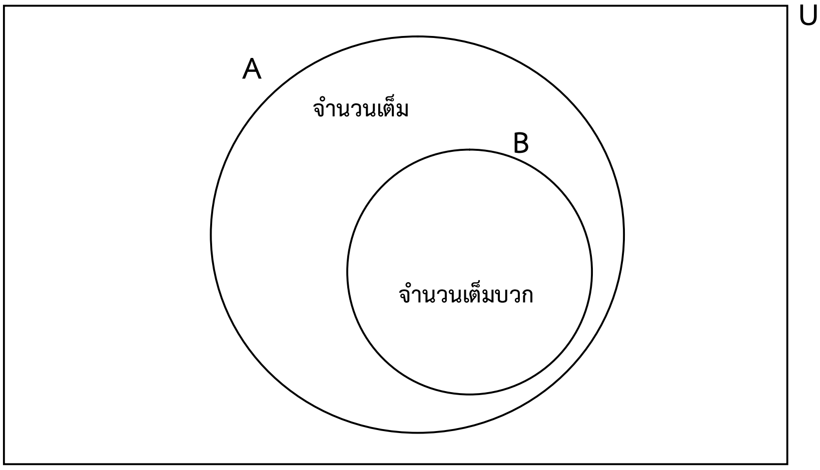
จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ดังภาพข้างล่างนี้



ตัวอย่าง 2.6 กำหนดให้ $A = \{$จำนวนเต็ม$\}$ และ $B = \{$จำนวนเต็มบวก$\}$ จงหา $A \cap B$

จะได้ $A \cap B = \{$จำนวนเต็มบวก$\} = B$

จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ดังภาพข้างล่างนี้



สมบัติเกี่ยวกับการตัดกัน

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ

1. $A \cap \phi = \phi = \phi \cap A$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $A \cap A = A$
4. $A \cap U = A$
5. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
8. $A \cap B \subset A$ และ $B \cap A \subset B$
9. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$
10. ถ้า $A \subset B$ และ $A \subset C$ แล้ว $A \subset B \cap C$
11. ถ้า $A \subset C$ แล้ว $B \subset C$ แล้ว $A \cap B \subset C$
12. $A \cap B \subset A \cup B$

แบบฝึกหัด 2.2

1. จงหาเซตคำตอบของการดำเนินการต่อไปนี้ โดยใช้การเขียนแผนภาพ

เมื่อ $U = \{1,2,3,...,10\}$

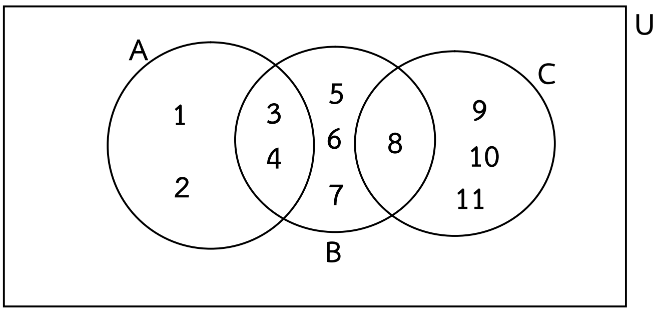
$A = \{1,3,5,7,9\}$

$B = \{2,4,6,8,10\}$

$C = \{2,3,5,7\}$

1) $A \cap B$
2) $A \cup B$
3) $B \cap C$
4) $B \cup C$
5) $A \cap (B \cap C)$
6) $(A \cap B) \cap C$
7) $(A \cup B) \cup C$
8) $A \cup (B \cup C)$
9) $A \cap (B \cup C)$
10) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
11) $A \cup (B \cap C)$
12) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

2. จากแผนภาพที่กำหนดให้ จงเขียนตำตอบของเซตต่อไปนี้



1) A
2) B
3) C
4) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
5) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

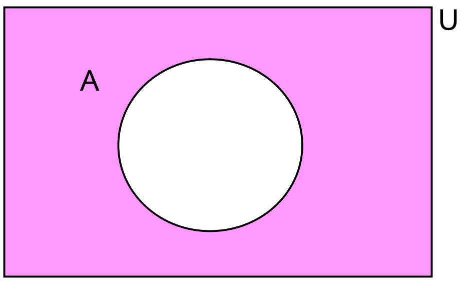
2.3 ส่วนเติมเต็ม (Complement)

บทนิยาม 2.3 :

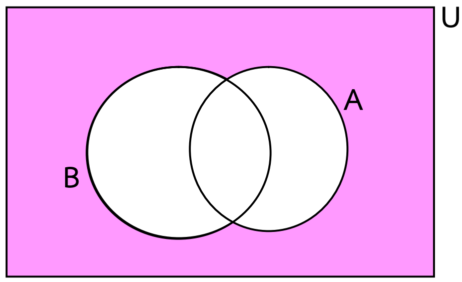
ส่วนเติมเต็มของเซต A หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ U ที่ไม่ใช่สมาชิกของ A เขียนแทนด้วย A' ซึ่ง

$$A' = \{X \mid X \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

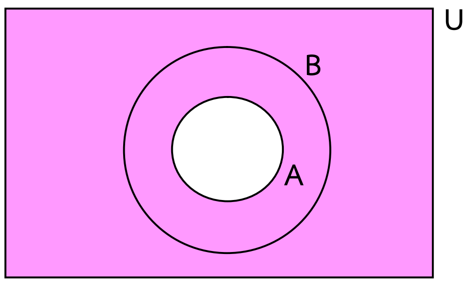
รูปแสดงบริเวณส่วนที่แรเงาของ A'



A'



$(A \cup B)'$



$(A \cap B)'$

ตัวอย่าง 2.7 กำหนดให้ $U = \{0,1,2,3,\ldots\}$ และ $A = \{x \mid x \text{ จำนวนคี่}\}$ จงหา A'

จะได้ $A' = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$

ตัวอย่าง 2.8 กำหนดให้ U = $\{1,2,3,4,5\}$, A = $\{1,2,3\}$ และ B = $\{2,3,4\}$

จงหา $A', B', (A \cup B)'$ และ $(A \cap B)'$

1) $A' = \{4,5\}$

2) $B' = \{1,5\}$

3) เห็นว่า $A \cup B = \{1,2,3,4\}$

ดังนั้น $(A \cup B)' = \{5\}$

4) เห็นว่า $A \cap B = \{2,3\}$

ดังนั้น $(A \cap B)' = \{1,4,5\}$

สมบัติเกี่ยวกับส่วนเติมเต็ม

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ

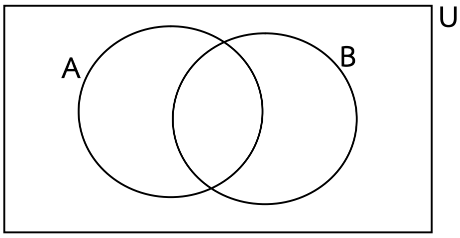
1. $(A')' = A$
2. $U' = \phi$
3. $\phi' = U$
4. $A \cap A' = \phi$
5. $A \cup A' = U$
6. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
7. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
8. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $B' \subset A'$

แบบฝึกหัด 2.3

1. ให้ $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ จงเขียนแผนภาพเพื่อแสดงเซตต่อไปนี้
   1) $A = \{2,3,7\}$
   2) $A = \{3,4,5\}$ และ $B = \{1,3,5,7\}$
   3) $A' = \{2,3,6\}$

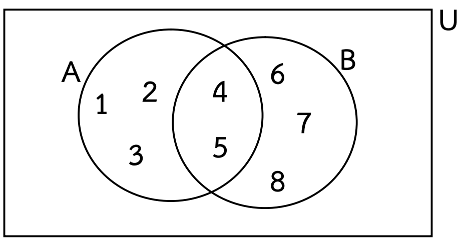
2. ให้ $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A = \{0,2,4,6,8\}$, $B = \{1,3,5,7\}$ และ $C = \{3,4,5,6\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
   1) $A \cap B$
   2) $B \cup C$
   3) $B \cap C$
   4) $A \cap C$
   5) C'
   6) $C' \cap A$
   7) $C' \cap B$
   8) $(A \cap B) \cup B$

3. จากภาพที่กำหนดให้ จงแรเงาเพื่อแทนเซตต่อไปนี้



   1) B'
   2) $A \cap B'$
   3) A'
   4) $A' \cup B$
   5) $A' \cup B'$

4. จากภาพที่กำหนดให้ จงเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกต่อไปนี้



   1) A'
   2) $A \cup B'$
   3) $A' \cup B$
   4) $A' \cap B$

2.4 ผลต่างระหว่างเซต (Relative Complement or Difference of Sets)

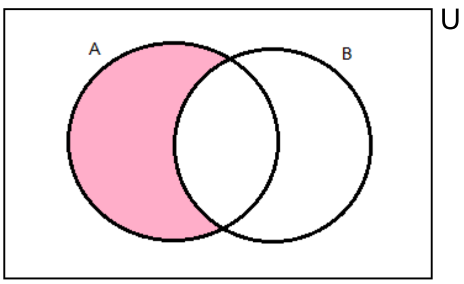
บทนิยาม 2.4 :

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ A ที่ไม่ใช่สมาชิกของ B เขียนแทนด้วย A – B ซึ่ง

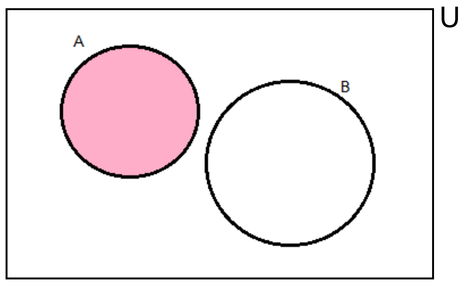
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$

ฉะนั้น $B - A = \{x \mid x \in B \text{ และ } x \notin A\}$

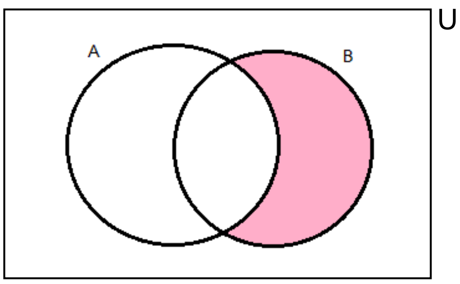
รูปแสดงบริเวณส่วนที่แรเงาของผลต่าง



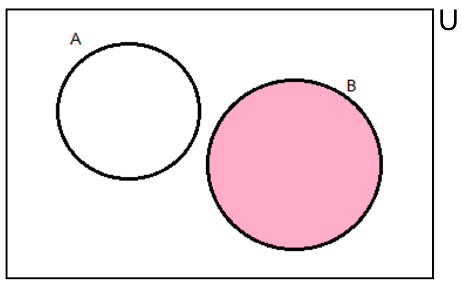
$A - B$



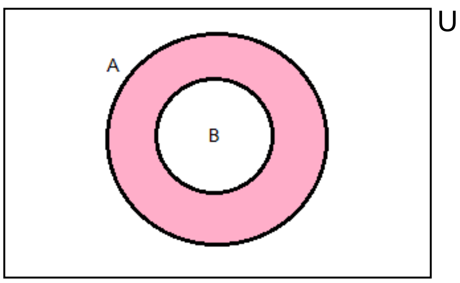
ถ้า $A \cap B = \phi$ แล้ว $A - B = A$



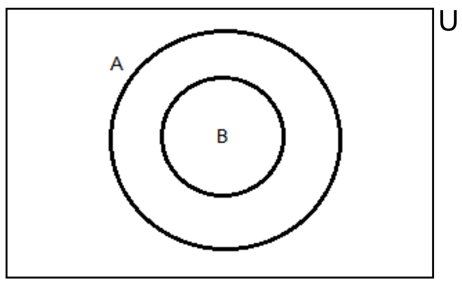
$B - A$



ถ้า $A \cap B = \phi$ แล้ว $B - A = B$



$A - B$



ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A - B = \phi$

ตัวอย่าง 2.9 กำหนดให้ $A = \{1,2,3,4\}$ และ $A = \{2,3,4,5,6\}$

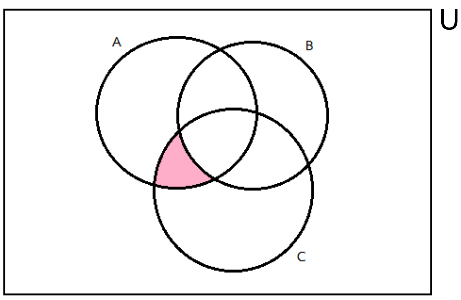
จงหา $A - B$, $B - A$ และ $A - A$

1) $A - B = \{1\}$

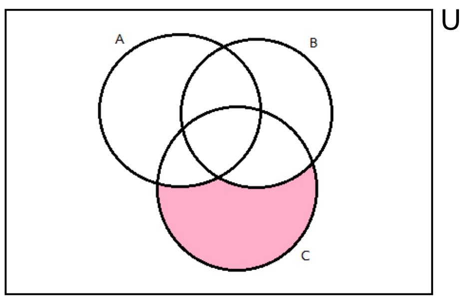
2) $B - A = \{5,6\}$

3) $A - A = \phi$

ตัวอย่าง 2.10 จงหาเซตคำตอบของการดำเนินการต่อไปนี้ โดยการเขียนแผนภาพ



$C \cap A - B$



$C - (A \cup B)$

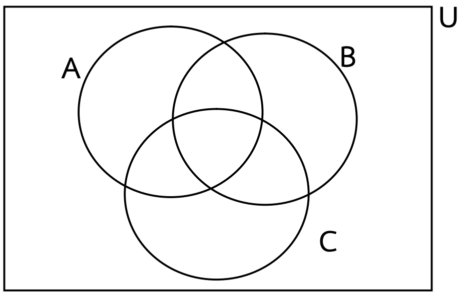
สมบัติเกี่ยวกับผลต่างระหว่างเซต

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ

1. $A - B = \phi$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
2. $A - B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \phi$
3. $A - A = \phi$
4. $A - \phi = A$
5. $\phi - A = \phi$
6. $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
7. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

แบบฝึกหัด 2.4

1. จงหาเซตคำตอบของการดำเนินการต่อไปนี้ โดยการเขียนแผนภาพ



1) $(C \cap A) - B$
2) $A' \cap B' \cap C'$
3) $(B \cap C) - A$
4) $(B' \cap C') \cap A$
5) $C \cap A \cap B'$
6) $C \cap (A' \cap B')$
7) $B - (A \cup C)$
8) $(A \cap B) - C$

2. จงหาเซตคำตอบจากการดำเนินการต่อไปนี้ เมื่อ

$U = \{x \mid x \in N$ และ $2 \leq x \leq 20\}$

$A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่$\}$, $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะ$\}$

$C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนที่สามหารลงตัว$\}$

1) A'
2) $A - B$
3) $B - C$
4) $(A - B) - C$
5) $A \cap (B - A)$
6) $A - (B \cap C)$
7) $A - (A - B)$
8) $(A - B) \cup (B - A)$