การสร้างสรรค์ผลงานโดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต ซึ่งทางบริษัท Key Curriculum Press ประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดค้นโปรแกรมตั้งแต่ปี ค.ศ.1991 และพัฒนาเรื่อยมาจนถึงเวอร์ชัน 4.06 โปรแกรม GSP สามารถนำไปใช้ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์สร้างสื่อการสอนในวิชาวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะวิชาฟิสิกส์ได้อีกด้วย โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (ProblemSolving Skills) นอกจากนี้การใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์และทักษะด้านเทคโนโลยี เข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และ ด้านศิลปะโรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายๆ ประเทศทั่วโลก อาทิ แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ไต้หวัน ฮ่องกงเดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย

ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 (Thai version) โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ภีมวัจน์ ธรรมใจ.2548 : 6)สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548:1-2) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ และเรียนรู้อย่างมีความหมาย จึงได้พิจารณาโปรแกรมต่าง ๆและเห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนักและเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพสามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร พัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สสวท. จึงซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม GSP จากบริษัท KeyCurriculum Press และ แปลเป็นภาษาไทยเพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และ นักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่ายและสะดวก

The Geometer's Sketchpad คืออะไร

เป็นเวลานับพันปีมาแล้ว ที่การวาดและการนึกภาพ เป็นสิ่งที่สำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อ คือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้งต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีการเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตัวอย่างเช่น The Geometer's Sketchpad จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่นแบ่งครึ่งมุม และ สะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับการสร้างบนกระดาษนอกจากนี้ The Geometer's Sketchpad ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการสร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ"**นิ่งอยู่กับที่**" การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์ แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงเนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไรจะเป็นจริงเสมอ โดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลายๆ รูป ในทำนองเดียวกันอาจจะยากที่จะสรุปเรื่องของวงศ์เส้นโค้ง (family of curves) ต่าง ๆ เช่นสมการ $y = mx + b$ โดยไม่ต้องเขียนกราฟของสมการเหล่านั้นหลาย ๆ เส้นความงดงามที่เกิดจากการสร้างโดยใช้ Sketchpad คือ สามารถทำให้เคลื่อนไหวได้ รูปที่สร้างด้วย Sketchpad สามารถลาก บีบ ให้มีขนาดเล็กลง หรือ ยืด ขยาย ได้ อีกนัยหนึ่ง คือ เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยังคงรักษาสมบัติทางคณิตศาสตร์ไว้เสมอ ขณะที่ทำให้รูปมีการเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างจะยังคงมีอยู่

ส่วนสมบัติบางอย่างที่เปลี่ยนแปลงได้จะเป็นสมบัติที่ไม่ได้กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างอย่างแท้จริง จะเห็นว่ารูปบน Sketchpad มีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้สามารถสำรวจผลที่เป็นไปได้หลาย ๆ กรณีตามเงื่อนไขของการสร้าง สิ่งเหล่านี้ทำให้ง่ายต่อการจำแนกระหว่างสมบัติที่เป็นจริงบางครั้ง และสมบัติที่เป็นจริงเสมอในทุกๆ สถานการณ์ ที่กำหนดให้โดยนัยเดียวกันการเคลื่อนไหวตัวพารามิเตอร์ m และ b ของสมการ $y = mx + b$ เป็นตัวอย่างที่ทำให้สามารถสำรวจวงศ์เส้นโค้ง (family of curves) ทั้งหมดด้วยการเขียนกราฟเพียงครั้งเดียวนารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท KeyCurriculum Press ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง เวอร์ชัน 4.06 โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายประเทศทั่วโลก ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟท์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 เมื่อกลางเดือนธันวาคม ณ. โรงแรมควีนส์ปาร์ค

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โปรแกรม GSP หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่

ครูสามารถนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน นำมาใช้สร้างสื่อการสอนและใบงาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

Sketchpad ใช้ทำอะไรได้บ้าง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548 :2 - 4) กล่าวว่า The Geometer'sSketchpad เป็นโปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้ Sketchpad

1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิต

ในหนังสือเรขาคณิตมักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์ บทแทรก บทตั้ง (lemma) และบทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่การเข้าใจ หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยาก ๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้ Sketchpad สร้างแบบจำลองต่าง ๆ

2. การนำเสนอในชั้นเรียน

แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ Sketchpad ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่าง ๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่าง ๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้ Sketchpadให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำงานมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียน หรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่าง ๆ ได้

3. การศึกษารูปต่าง ๆ จากหนังสือเรียน

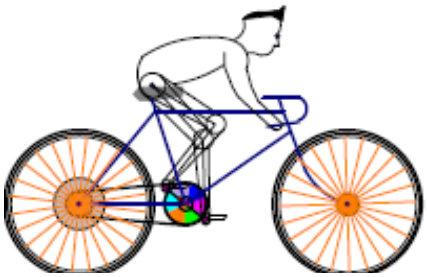
เมื่อเราชำนาญในการใช้ Sketchpad แล้ว จะพบว่าในการสร้างรูปต่าง ๆ บนจอคอมพิวเตอร์จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วย Sketchpad ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

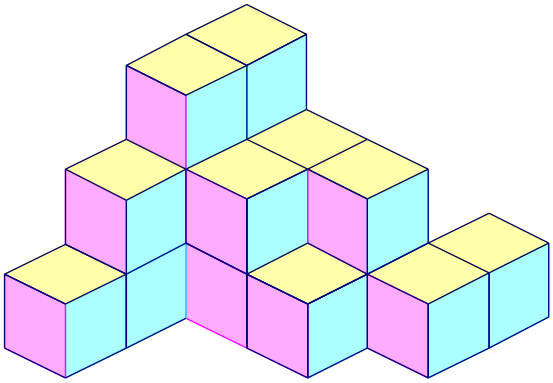
4. ใช้ Sketchpad ในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์

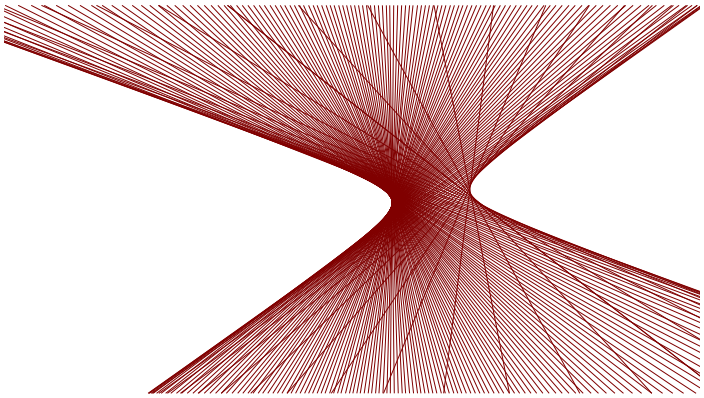
Sketchpad เป็นเครื่องมือที่จะเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครู เช่นในพีชคณิต สามารถใช้ สำรวจความชันและสมการของเส้นตรง สำรวจสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่น ๆ ที่สำคัญอีกลายหัวข้อ ในวิชา algebra และ pre – calculus ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงศ์ของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

และใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ Sketchpadยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับวิทยาลัย เช่นวิชา non- Euclidean geometryหรือหัวข้อต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูง

ตัวอย่างที่ 1 การสร้างสรรค์ผลงานจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad





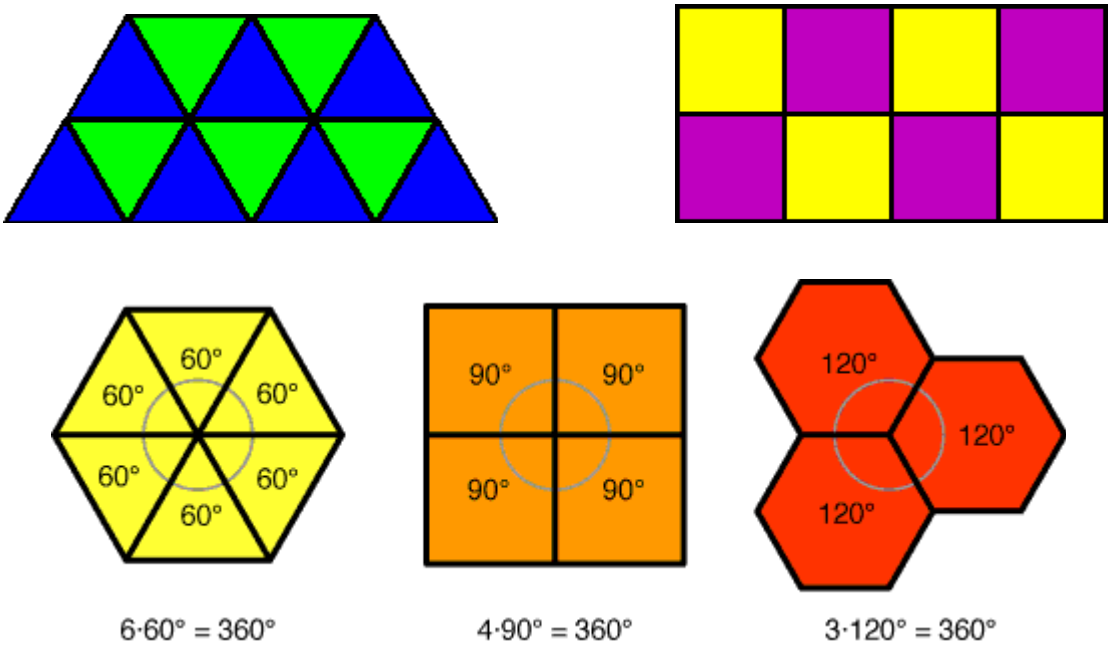


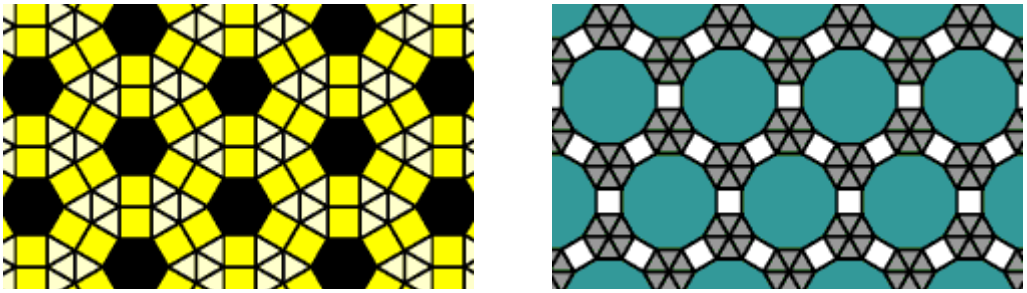
ตัวอย่างที่ 2 การสร้างสรรค์ผลงานโดยเทเซเลชั่น

รากศัพท์คำว่า ***เทสเซลเลชัน*** ของนักภาษาศาสตร์และนักประวัติศาสตร์พบว่า “Tessellation” มีรากศัพท์มาจากภาษากรีก คือ “Tesseres” ซึ่งหมายถึงสี่ ดังนั้นความหมายของคำว่า “Tessellate” ในภาษาอังกฤษจึงถูกนิยามไว้ว่าเทสเซลเลชัน คือ การนำรูปทั้งที่เป็นรูปเรขาคณิตและรูปทั่วไปมาเรียงต่อกันโดยมีเงื่อนไขว่ารูปที่นำมาจัดเรียงนั้นจะต้องไม่เกิดช่องว่างหรือการคาบเกี่ยวซ้อนกันเกิดขึ้น

เทสเซลเลชันจากรูปเรขาคณิต :

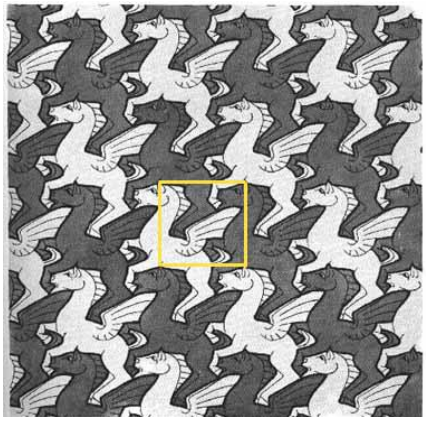
เทสเซลเลชันจากรูปเรขาคณิตเกิดจากการนำชิ้นส่วนที่เป็นรูปเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆเช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม หรือ อื่น ๆ มาจัดเรียงต่อกันจนเต็มพื้นระนาบโดยไม่เกิดช่องว่างหรือการคาบเกี่ยวซ้อนกัน ซึ่งในการสร้างเทสเซลเลชันอาจจะเกิดจากการจัดเรียงชิ้นส่วนรูปเรขาคณิตเพียงชนิดเดียวหรือหลายชนิดก็ได้เรียกว่าเทสเซลเลชันที่เกิดจาชิ้นส่วนรูป เรขาคณิตเพียงชนิดเดียว หรือ เรียกว่าเทสเซลเลชันแบบปรกติ (Regular Tessellation) ดังรูป





การสร้างเทสเซลเลชันจากรูปทั่วไปโดยอาศัยการเลื่อนทางขนาน

การเลื่อนทางขนาน(Translation)หมายถึงการส่งจุดใด ๆ บนบุพภาพ(pre – image) ไปยังจุดบนภาพ(image)ในแนวเส้นตรงโดยที่ระยะห่างระหว่างจุดบนบุพภาพและภาพของจุดนั้น ๆ มีค่าคงที่เสมอ สำหรับตัวอย่างงานเทสเซลเลชันจากรูปทั่วไปที่อาศัยการเลื่อนทางขนานที่จะนำมากล่าวถึงเป็นผลงานของM.C. Escherชื่อ Flying horses เอสเชอร์สร้างชิ้นนี้ในปี ค.ศ. 1959 โดยใช้พื้นฐานจากเทสเซลเลชันรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังรูป

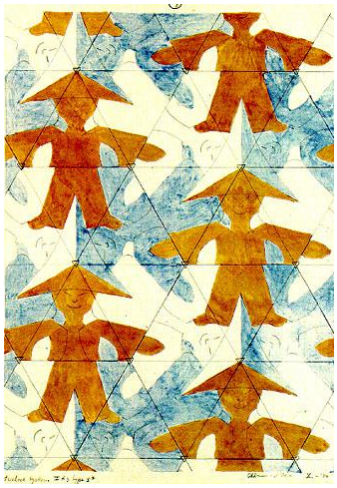


การสร้างเทสเซลเลชันจากรูปทั่วไปโดยอาศัยการหมุน

การหมุน (Rotation) หมายถึง การส่งจุดใด ๆ บนบุพภาพไปยังบนภาพ โดยที่จุดบนบุพภาพจะเคลื่อนที่รอบจุดศูนย์กลางของการหมุน (Center of rotation) หรือจุดหมุนไปยังภาพของจุดด้วยขนาดของมุมที่เท่ากันสำหรับตัวอย่างงานเทสเซลเลชันจากรูปทั่วไปที่อาศัยการหมุนที่นำเสนอเป็นผลงานของ M.C. Escherชื่อ Flying fish (รูป 52) ซึ่งสร้างขึ้นโดยใช้พื้นฐานจาเทสเซลเลชันรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าดังรูป

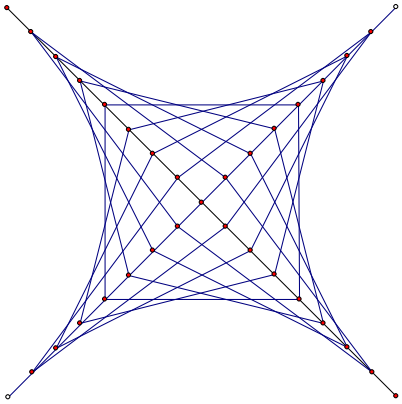
การสร้างเทสเซลเลชันจากรูปทั่วไปโดยอาศัยการสะท้อน

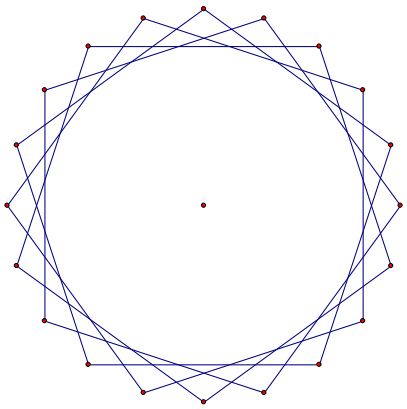
การสะท้อน(Reflection) หมายถึง การส่งจุดใด ๆ บนบุพภาพไปยังจุดบนภาพผ่านเส้นสะท้อน (reflection line or mirror line) โดยที่ระยะห่างจากจุดใด ๆ บนบุพภาพไปยังเส้นสะท้อนจะเท่ากับระยะห่างจากภาพของจุดนั้น ๆ บนภาพไปยังเส้นสะท้อนสำหรับตัวอย่างงานเทสเซลเลชันจากรูปทั่วไปที่ใช้การสะท้อนเป็นผลงานของ M.C.Escher อีกชิ้นหนึ่ง ชื่อ China boy (รูป 57) เอสเชอร์สร้างงานนี้ในปี ค.ศ.1936 โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต 2 ชนิด คือ การสะท้อนและการหมุน โดยงาน China boy ดังรูป

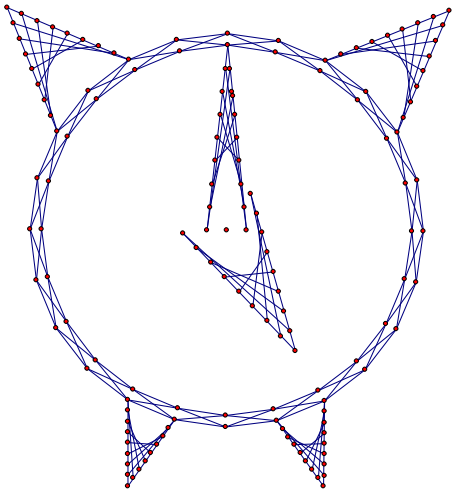


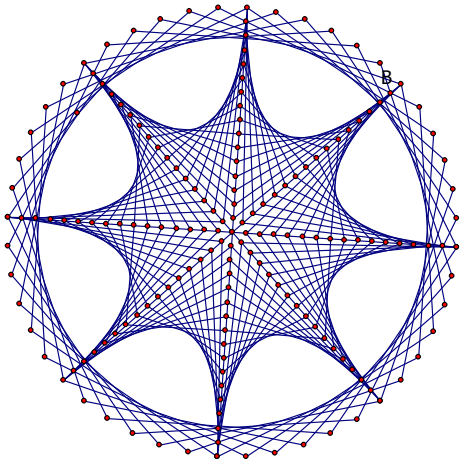
จากที่กล่าวมาผู้อ่านคงจะไม่ปฏิเสธว่าการสร้างงานเทสเซลเลชันจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้สร้างงานนอกจากจะต้องมีความสามารถทางศิลปะและมีจินตนาการแล้ว ยังต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น เรขาคณิตและการแปลง ตลอดจนต้องมีทักษะการวัดและการคาดคะเน มีความคิดสร้างสรรค์และมีการวางแผนการทำงานอย่างเป็นระบบ ซึ่งทักษะเหล่านี้ล้วนเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ และเมื่อผลงานสำเร็จความชื่นชมที่มีต่อผลงานก็จะนำไปสู่ทัศนคติและมุมมองที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้เขียนมีความคิดว่าหากได้มีการนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างงานเทสเซลเลชันมาจัดเป็นกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยนอกเหนือกิจกรรมอื่น ๆ โดยอาจจัดเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนหรือกิจกรรมเสริมหลักสูตรน่าจะมีส่วนช่วยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสุข สนุกสนานในการเรียน ก่อให้เกิดเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ตามมา และมี มุมมองคณิตศาสตร์ในอีกแง่มุมหนึ่ง ดังคำกล่าวที่ว่า **“คณิตศาสตร์ก็มีความสวยงามเหมือนกัน”**

ตัวอย่างที่ 3 การสร้างสรรค์ผลงานโดยการออกแบบเชิงเส้นดังรูป









จากที่กล่าวมาข้างต้นไม่ว่าจะเป็นการใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ,การสร้าง Tessellation รวมไปถึงการออกแบบเชิงเส้นก็ตาม ต่างทำให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างสรรค์ผลงานในลักษณะต่างๆออกมา จะทำให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่าไม่ใช้เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคิดคำนวณเพียงอย่างเดียว แต่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในงานเชิงศิลปะได้อย่างสวยงาม ส่งผลให้นักเรียนมีความสุข สนุกสนานในการเรียนและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์มากขึ้น

นางสาวจิระประภา สุวรรณจักร์